

Partie 1 : le voyagePartie 1 : le voyage

Le mouvement du vaisseau pendant la phase 1 se fait en ligne droite avec l'accélération constante $a = 10 \text{ m/s}^2$ en partant d'une vitesse nulle. On se place dans le référentiel héliocentrique (système solaire dans son ensemble) et on néglige les effets de la relativité restreinte.

1.1 Comment peut-on qualifier ce mouvement ?

C'est un mouvement rectiligne uniformément accéléré

1.2- Montrer que la vitesse du vaisseau peut s'exprimer sous la forme $v = a \cdot t$. Trouver la durée de cette phase 1 en année.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{donc} \quad a = \frac{dv}{dt} \quad \text{Sur l'axe du mouvement}$$

v est donc la primitive de a

$$\text{Donc } v = a \cdot t + \text{cte} = a \cdot t \quad \text{car cte} = v_0 = 0$$

$$\text{Durée de la phase 1 : } t = \frac{V_{\text{finale}}}{a} = \frac{2 \times 10^8}{10} = 2 \times 10^7 \text{ s} = \frac{2 \times 10^7}{85400 \times 365.25} = 0.63 \text{ an}$$

(soit environ 7 mois et demi)

1.3- Montrer qu'une année lumière vaut environ 9.46×10^{12} km.

1 al est la distance parcourue par la lumière en 1 an.

$$1 \text{ al} = 365.25 \times 24 \times 3600 \times 3 \times 10^8 = 9.461 \times 10^{15} \text{ m} = 9.46 \times 10^{12} \text{ km}$$

1.4- Montrer que la distance parcourue peut s'exprimer sous la forme $x = a \cdot t^2$. Montrer ensuite que la distance parcourue pendant cette phase est d'environ 0.2 al (année-lumière).

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Donc x est la primitive de la fonction $v = a \cdot t$

$$\text{D'où } x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + \text{cte} = \frac{1}{2} a t^2 \quad (\text{si l'origine des espaces est prise au début du mouvement})$$

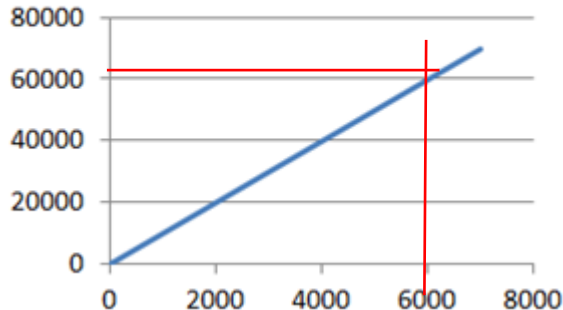
Durée de la phase 1 : 2×10^7 s

$$\text{Distance parcourue : } x = \frac{1}{2} a (2 \times 10^7)^2 = 2 \times 10^{15} \text{ m} = 2 \times 10^{12} \text{ km}$$

$$= \frac{2 \times 10^{12}}{9.46 \times 10^{12}} = 0.21 \text{ al}$$

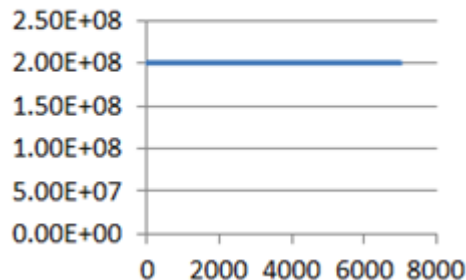
1.5- quels numéros des graphes graphes $v=f(t)$ du document 1 correspondent à chacune des phases 1 2 et 3 .

graphe1



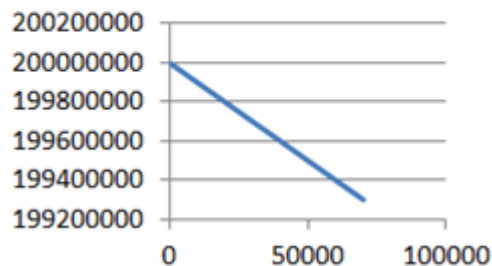
Phase 1 $v = a.t$ fonction linéaire avec $a = 10 \text{ m/s}^2$
Le coefficient directeur de la droite doit donc être 10 m/s^2 : graphe 1

graphe3



La phase 2 se fait à vitesse constante $v = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$
Donc graphe 3

graphe 7



Phase 3 : $v = 2 \times 10^8 - a.t$

Donc graphe 7 où l'ordonnée à l'origine est $2 \times 10^8 \text{ m/s}$

2.1- Quelle est la durée (en années) du long voyage de la phase 2 par rapport à la Terre ?

La phase 2 est un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $v = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$

Donc la distance parcourue est $x = v \cdot t$

$$x = \text{distance totale} - \text{distance (phase 1 + 3)} = 22.7 - 2 \times 0.21 = 22.3 \text{ al} \\ = 22.3 \times 9.46 \times 10^{15} = 2.1 \times 10^{17} \text{ m}$$

$$\text{Durée } t = \frac{x}{v} = \frac{2.1 \times 10^{17}}{2 \times 10^8} = 1.05 \times 10^9 \text{ s} = \frac{1.05 \times 10^9}{86400 \times 365.25} = 33.4 \text{ ans}$$

2.2- La durée calculée à la question précédente correspond-t-elle à $\Delta T'$ ou à ΔT_0 de la formule ci-contre ?

Temps impropre
(celui de la Terre
question
précédente)

$$\Delta T' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \times \Delta T_0$$

(Facteur de LORENTZ)

Temps propre
(celui du vaisseau en
mouvement)

2.3- Calculer La durée du voyage (en années) de la phase 2 pour l'équipage du vaisseau.

$$\Delta T_0 = \frac{\Delta T'}{\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}} = \frac{33.4}{1.34} = 24.9 \text{ ans}$$

($v = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$ et $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

2.4- Comparer la durée du voyage pour des gens restés sur Terre, pour les passagers du vaisseau puis pour l'équipage du vaisseau.

Pour un terrien : $0.63 + 33.4 + 0.63 = 34.7 \text{ ans}$

Pour un passager : $0.63 + 0.63 = 1.26 \text{ ans}$

Pour l'équipage : $0.63 + 24.9 + 0.63 = 26.2 \text{ ans}$

Partie 2 : la planète

1.1- Quelle loi de KEPLER peut permettre de calculer la période de révolution T de la planète c autour de l'étoile Gliese 667C. Montrer que cette période est de l'ordre d'un mois terrestre.

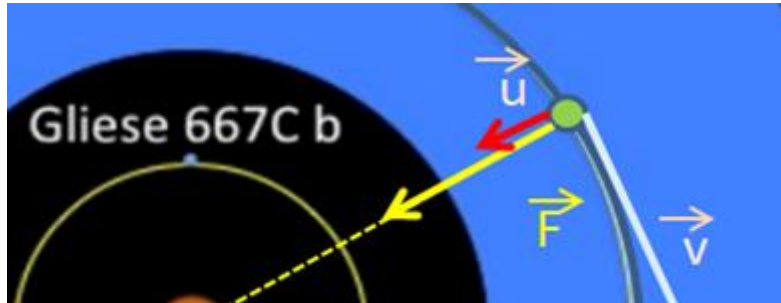
3^e loi de KEPLER : $\frac{r^3}{T^2} = \text{cte}$ pour toute planète autour d'une étoile

Ici: $\frac{0.05^3}{7.2^2} = \frac{0.125^3}{T^2}$

planète	r (UA)	T (j)
b	0.05	7.2
c	0.125	

Donc $T^2 = 0.125^3 \times \frac{7.2^2}{0.05^3} = 810 \Rightarrow T = 28.4 \text{ j}$

1.2- Quelles sont les bonnes expressions de la force d'attraction gravitationnelle s'exerçant sur la planète c (voir schéma document 2, \vec{u} : vecteur unitaire, m : masse de la planète c, M masse de l'étoile, r : rayon de l'orbite).



Relation vectorielle :
$$\vec{F} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \cdot \vec{u}$$

Valeur :
$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

1.3-Montrer que le mouvement circulaire de la planète c est uniforme puis que $v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}$. Calculer v d'une autre façon puis trouver comment déterminer la masse M de l'étoile (sans faire le calcul)

Mvt circulaire uniforme : car \vec{v} reste perpendiculaire à \vec{F} donc pas d'accélération tangentielle

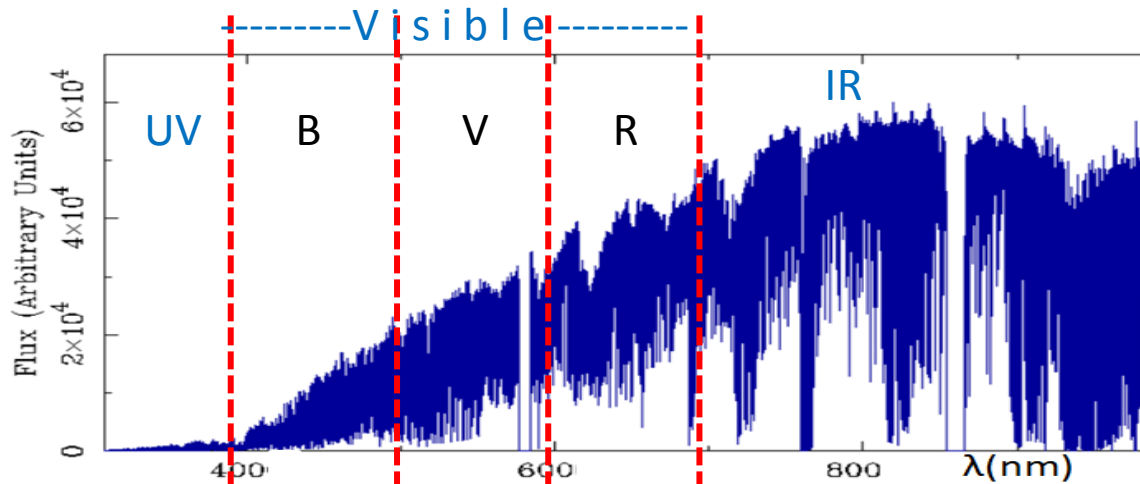
$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \Rightarrow \quad m \cdot a = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \quad \Rightarrow \quad a = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

Mouvement circulaire : $a = \frac{v^2}{r}$ \Rightarrow Donc $G \times \frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}$

De même $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 0.125 \times 150 \times 10^9}{28.4 \times 86400}$
 $= 48600 \text{ m/s}$

$$v^2 = G \times \frac{M}{r} \quad \Rightarrow \quad M = \frac{v^2 \times r}{G}$$

1.4- Après avoir indiqué les limites des différents domaines de longueur d'onde sur le graphe du spectre d'émission de l'étoile Gliese 667 C ci-contre. Indiquer quelle sera la couleur de l'étoile vu du ciel de la planète colonisée.



Cette étoile émet surtout dans le rouge et l'infra-rouge, elle apparaîtra rouge dans le ciel de la planète



Traduction : étoile naine rouge



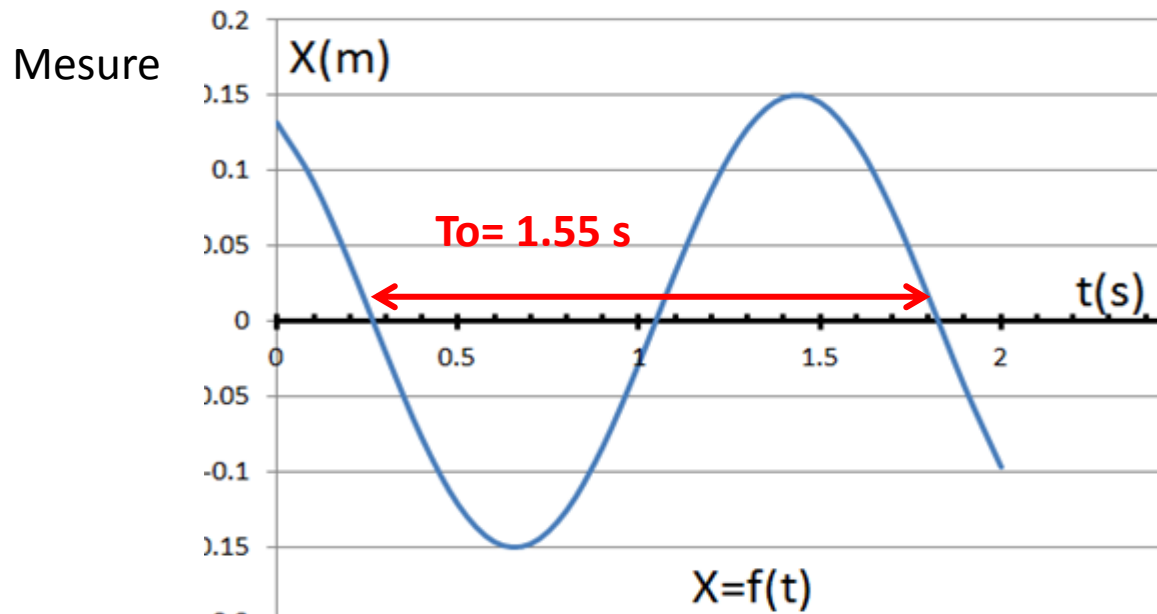
Partie 3 : la gravité à la surface de GLIESE 667Cc

1.1-Choisir l'expression correcte de la période parmi les suivantes, en justifiant par une analyse dimensionnelle

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \begin{matrix} \leftarrow \frac{m}{m/s^2} \\ \leftarrow \frac{m}{s^2} \end{matrix} \quad \leftrightarrow s^2 \quad \text{Donc } T \text{ est en } s$$

1.2- Montrer la valeur de g sur cette planète est de l'ordre de 12 m/s².

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \leftrightarrow \quad T_0^2 = \frac{4\pi^2 L}{g} \quad \leftrightarrow \quad g = \frac{4\pi^2 L}{T_0^2}$$



$$g = \frac{4\pi^2 0.75}{1.55^2}$$

$$g = 12.3 \text{ m/s}^2$$

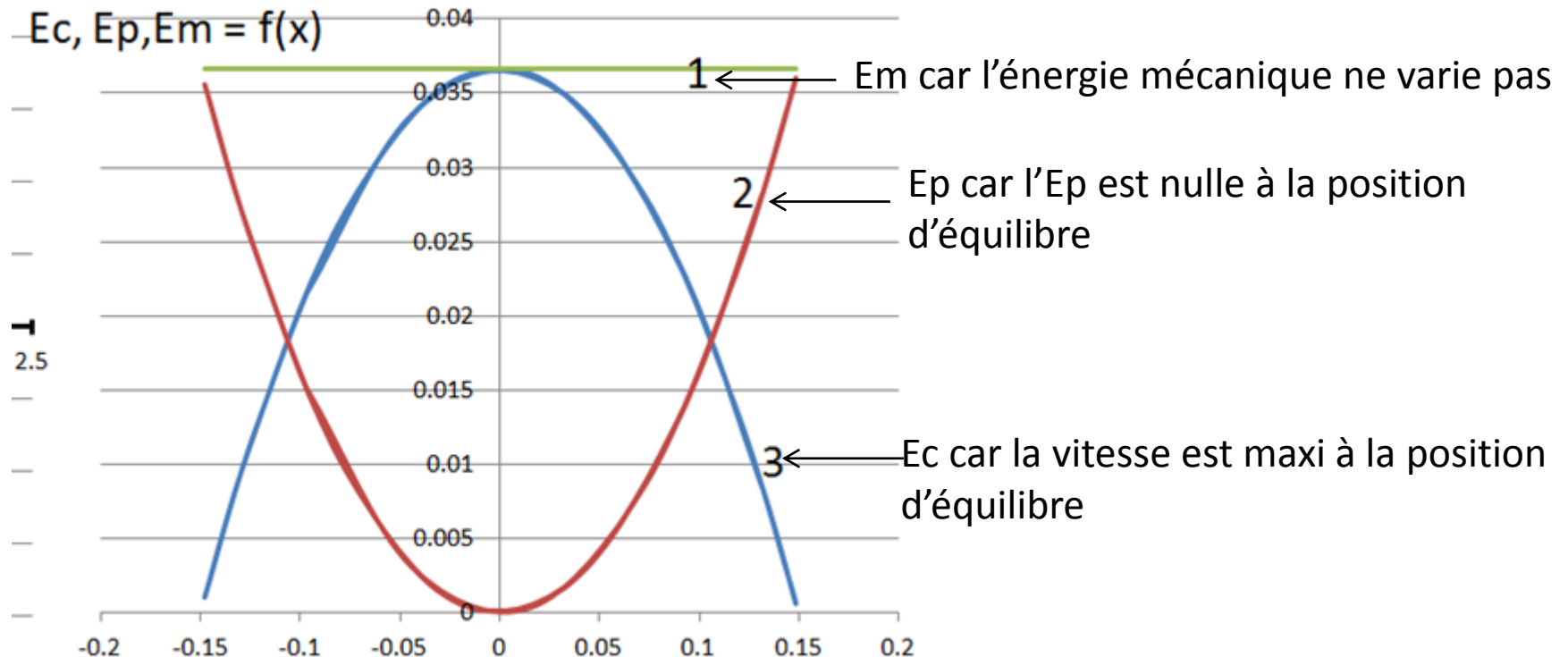
1.2-Donner l'expression de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle et l'énergie mécanique de ce pendule. Identifier à quelle énergie correspond chaque courbe 1, 2 et 3

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2$$

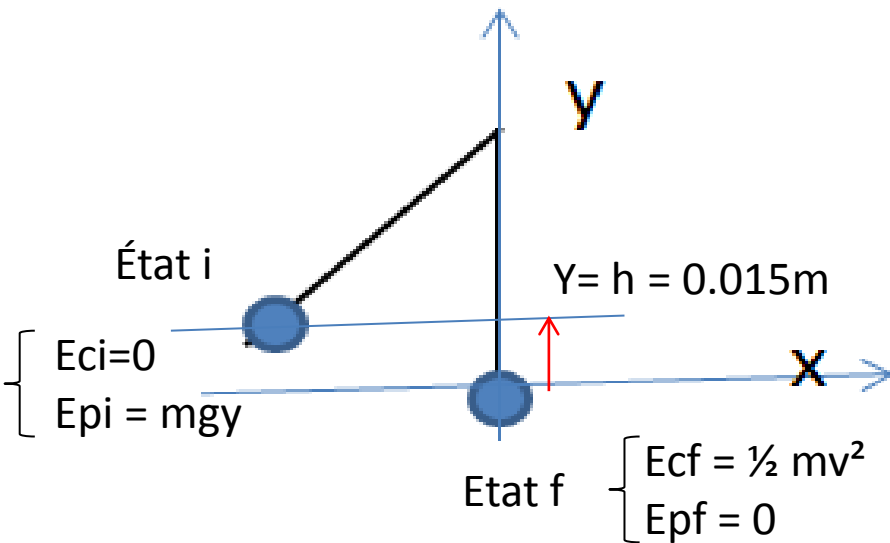
$$E_p = mgh$$

$$E_m = E_c + E_p$$

(avec h = hauteur par rapport à la position d'équilibre)



1.4- Sachant que la hauteur maximum atteinte par le pendule est $y = 0.015\text{m}$, trouver la vitesse de la boule quand le pendule passe par sa position d'équilibre.



Conservation de l'Em :

$$E_{ci} + E_{pi} = E_{cf} + E_{pf}$$

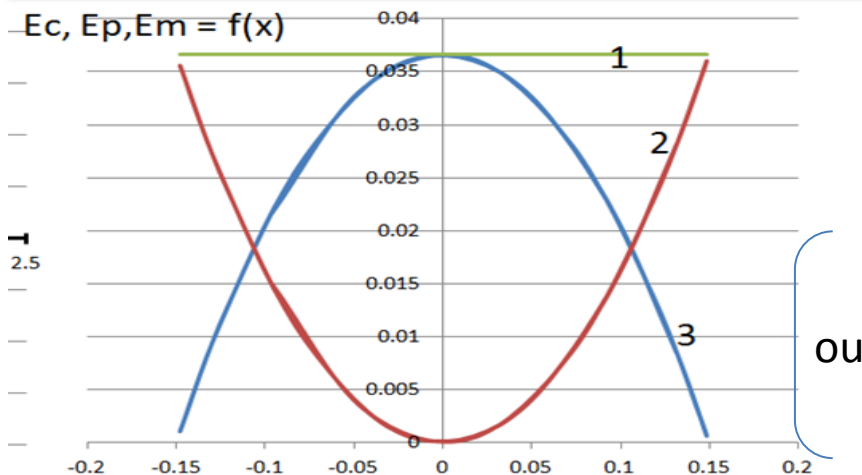
$$0 + mgy = \frac{1}{2} mv^2 + 0$$

$$\Rightarrow v^2 = 2gy$$

$$v = \sqrt{2gy}$$

$$v = \sqrt{2 \times 12.3 \times 0.015} = 0.60 \text{ m/s}$$

1.5- Trouver la masse du pendule utilisé dans cette expérience.



$$E_{p \text{ max}} = 0.036 \text{ J}$$

$$E_{p \text{ max}} = mgy$$

$$\Rightarrow m = \frac{0.036}{12.3 \times 0.015}$$

$$m = 0.195 \text{ kg} = 200 \text{ g}$$

$$E_{c \text{ max}} = 0.036 \text{ J}$$

$$E_{c \text{ max}} = \frac{1}{2} mv_{\text{max}}^2$$

$$m = \frac{2 \times 0.036}{0.60^2}$$

$$= 0.2 \text{ kg} = 200 \text{ g}$$